www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

MINISTÈRE DE L'EQUIPEMENT, DU LOGEMENT,
DES TRANSPORTS ET DE LA MER

E.I.T.P.E. 1990

COMPOSITION DE MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Temps accordé : 2 heures

Notations: On appelle $\mathbf{N}$; $\mathbf{R}$; $\mathbf{Q}$; *et* $\mathbf{Z}[X]$ *respectivement les ensembles des entiers positifs (ou nul); réels; rationnels; polynômes à coefficients entiers relatifs.*

Première partie

On considère la suite $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ définie par $x_0 = 3$ et la relation de récurrence : $x_{n+1} = f(x_n)$ où, pour $|x| \neq \sqrt{2}$, $f(x) = \dfrac{2(x^3+3)}{3(x^2-2)}$.

1.a. Montrer que la limite éventuelle de cette suite est l'unique racine réelle L d'un polynôme P de degré 3 appartenant à $\mathbf{Z}[X]$; exprimer $x_{n+1} - x_n$ en fonction de $P(x_n)$ et $P'(x_n)$. Déterminer un intervalle simple de type $[t_0, t_0 + 0,1]$ auquel appartient L.

b. Montrer que la suite $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est définie, décroissante et convergente.

2.a. Montrer que sur l'intervalle $[t_0, 3]$, f est k – lipschitzienne, et qu'on peut prendre $k = \dfrac{6}{49}$.

En déduire que pour tout n de $\mathbf{N}$ on a: $0 < x_n - L \leq \dfrac{1}{5}\left(\dfrac{6}{49}\right)^n$.

b. Si on utilise cette majoration, de combien de décimales est-on sûr si on prend x_4 comme valeur approchée de L ? (Donner cette valeur approchée et un encadrement de L.)

c. Montrer que $x_{n+1} - L = \dfrac{(x_n - L)^2(2x_n + L)}{3(x_n^2 - 2)}$ pour tout n de $\mathbf{N}$. En déduire que $x_{n+1} - L < 0,51(x_n - L)^2$, puis que $x_n - L < \dfrac{1}{0,51}(0,11)^{2^n}$; (on pourra utiliser la suite auxiliaire : $y_n = 0,51(x_n - L)$). Jusqu'à quelle valeur de n doit-on calculer x_n pour avoir une valeur approchée de L à 10^{-7} près? Donner cette valeur approchée.

Deuxième partie

On pose $\alpha = \sqrt[3]{2}$ et $\theta = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$. Montrer que θ n'appartient pas à $\mathbf{Q}$.

On appelle I l'ensemble des polynômes de $\mathbf{Z}[X]$ vérifiant $\pi(\theta) = 0$ et $\pi \neq 0$. Déterminer un polynôme π appartenant à I, de degré 3, et dont le terme de plus haut degré ait pour coefficient $+1$.

En déduire une valeur exacte de L exprimée à l'aide de radicaux.

Troisième partie

Etudier la fonction de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$: $x \longmapsto f(x)$ et dessiner sa représentation graphique $\mathcal{C}$ dans un plan rapporté à un repère orthonormé (on prendra 2cm pour unité).

Etudier en particulier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à son asymptote oblique D, et la droite Δ d'équation $y = x$.

Calculer l'aire du compact du plan délimité par D, Δ, $\mathcal{C}$ et la droite d'équation $x = 3$. En donner une valeur exacte à l'aide de fonctions élémentaires, puis une valeur approchée à 10^{-5} près.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail